Regelungstechnik

Steuerung

Beim Steuern bewirkt eine Eingangsgröße eine gewünschte Ausgangsgröße (Die nicht auf den Eingang zurückwirkt.

Steuern ist eine Wirkungskette → Steuerkette (Eingahnstraße)

Bsp. Boiler

Regelung

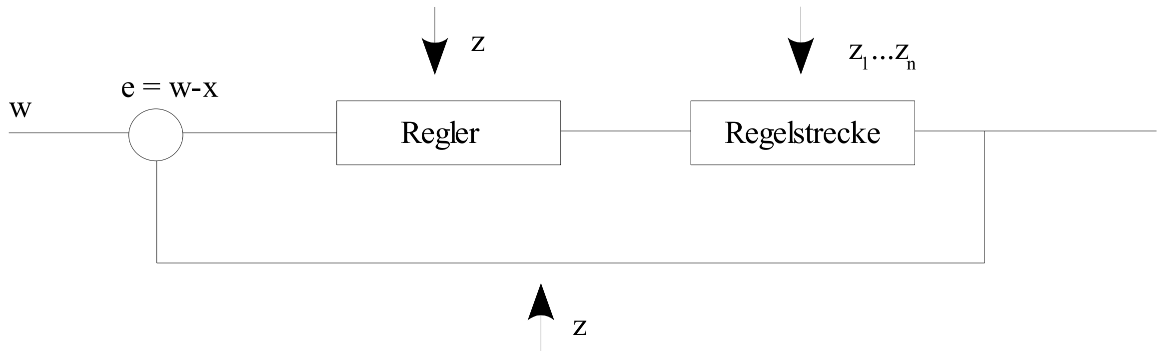
Beim Regeln wird ständig die Ausgangsgröße gemessen und mit dem Sollwert verglichen. Bei Abweichungen greift eine Stellgröße so ein, dass im Idealfall der Sollwert erreicht wird.

Regeln ist ein Wirkungskreis → Regelkreis (Kreisverkehr)

Bsp. Temperaturregelung Warmwasserspeicher

Wichtige Größen

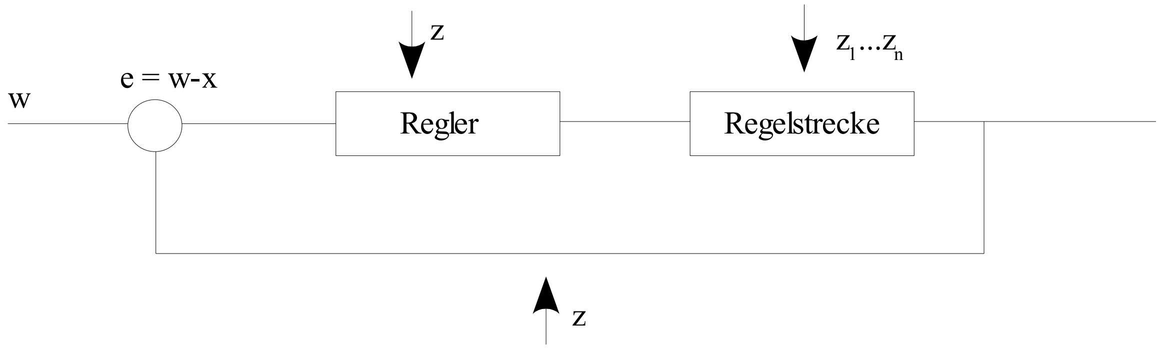
Führungsgröße	w	→	Sollwert des Regelkreises
Regeldifferenz	e	→	Differenz zwischen Soll- und Istwert
Regelgröße	x	→	Größe, die von der Regelung konstant gehalten werden soll
Stellgröße	y	→	Steuert Regelstrecke
Störgröße	z	→	Beeinflusst Regelgröße



Vorgehensweise zur Auslegung eines Regelkreises am Beispiel einer Raumtemperaturregelung

1. Festlegung der Regelgröße x, im Bsp. Raumtemperatur
2. Festlegen der Stellgröße y, im Bsp. Ventilhub
3. Feststellen der Eigenschaften der Regelstrecke.
   Regelstrecke: alles zwischen dem Stellort (Position von y) und dem Messort (Position von x)
   Bsp.

4. Geeigneten Regler auswählen - entsprechend den festgestellten Eigenschaften der Regelstrecke - und Regelkreis aufbauen

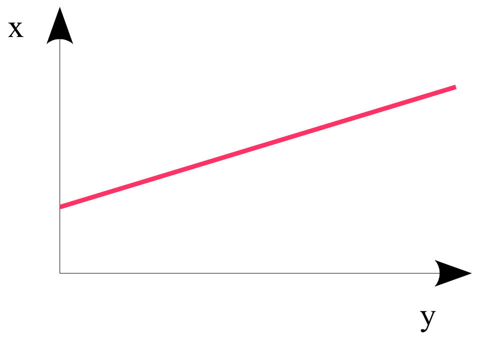


5. Regler ggf. strukturieren, parametrieren (Reglerwerte einstellen) und optimieren
   - Bei den meisten Vorgängen muss eine oder mehrere Größen konstant bleiben. Aufgrund von Störeinflüssen (auf Strecke und Regler) ändert sich die Regelgröße x, die Regelung soll den Störeinfluss ausgleichen.
   - Energieaufwand für Prozesse optimieren
   - Umwelteinflüsse der Prozesse verringern
   - Komfort erhöhen

Eigenschaften der Regelstrecke

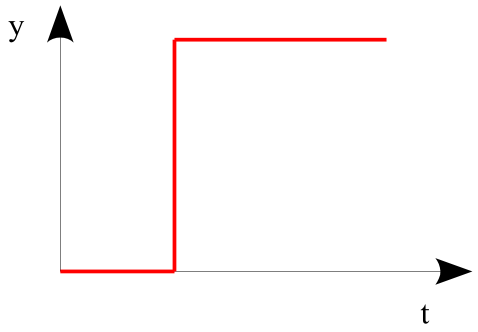
Die Eigenschaften (Kenngrößen und Funktion) werden beschrieben durch:

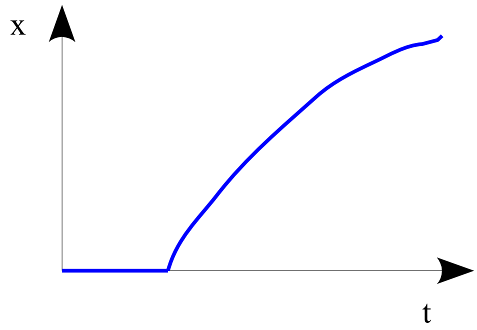
1. Kennlinien der Regelstrecke
   d.h. Ausgangsgröße = Regelgröße x in Abhängigkeit der Eingangsgröße = Stellgröße y
   $\rightarrow x=f_{(y)}$



Alle anderen Einflussgrößen, welche x verändern können, müssen konstant sein
$\rightarrow$ Keine Störgrößen!
Bei messtechnischem Ermitteln der Kennlinie muss jeweils der stationäre Zustand von x abgewartet werden.
Die Kennlinie ist deshalb immer eine stationäre Kennlinie

2. Zeitverhalten der Regelstrecke
   (meistens sog. Sprungantwort)
   Regelgröße x in Abhängigkeit von der Eingangsgröße y und der Zeit t





Sprung von y=10% → Sprungantwort, ein Zeitglied

Auch hier müssen die Störgrößen 0 sein!

3. Frequenzgang der Regelstrecke
   ist Ausgangsgröße in Abhängigkeit von der Eingangsgröße und der Kreisfrequenz ω in der Form

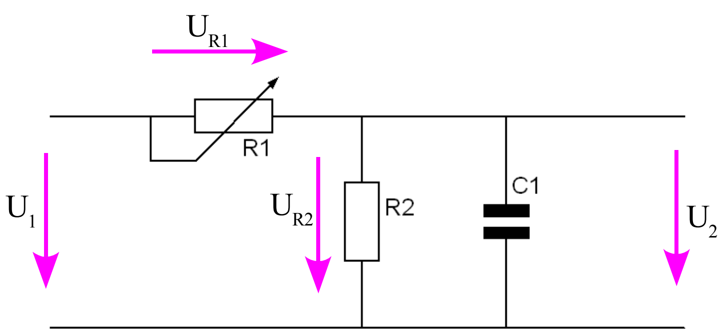
$$\underline{F}_{|\omega|} = \frac{U_{a(\omega)}}{U_{e(\omega)}} = \frac{U_{2(\omega)}}{U_{1(\omega)}}$$

Voraussetzung: Sinusförmige Eingangsgröße mit konstanter Amplitude
Darstellung: Bodediagramm oder Ortskurve

Nur wenn die genaue Funktion der Regelstrecke bekannt ist (Kennlinie, Sprungantwort, Frequenzgang) kann ein passender Regler ausgewählt werden und ein Regelkreis aufgebaut werden.

Stationäre Kennlinie

Als Strecke ist gegeben:



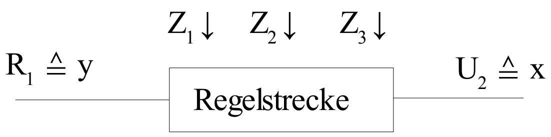
Zur Klärung des Verhaltens der Strecke soll die Kennlinie $x = f_{(y)}$ ermittelt werden.

1. Schritt: Festlegen der Regelgröße $x \triangleq U_Z$
2. Schritt: Festlegen der Stellgröße $y \triangleq R_1$

3. Alle anderen Einflussgrößen → Störgrößen := 0
   → $\Delta U_1 = 0; \Delta R_2 = 0; \Delta R_L = 0$
4. y anlegen und x messen / berechnen
   ↓
   stationären Zustand abwarten → Messwerttabelle aufstellen
5. Kennlinie Zeichnen
6. Auswertung der Kennlinie, d.h. Kennwerte der Strecke ermitteln

Aus den Punkten 5. und 6. sind die Eigenschaften der Strecke zu erkennen.

Rechnerische Ermittlung der Kennlinie



$Z_1 \widehat{=} \Delta U_1 = 0$
$Z_2 \widehat{=} \Delta U_2 = 0$
$Z_3 \widehat{=} \Delta U_3 = 0$

$x = f_{(y)} \qquad U_2 = f_{(R1)} \qquad \text{bei } U_1; R_2; R_L = \text{Konstant}$

Ansatz zur rechnerischen Ermittlung

ohne Last: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

mit Last: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{R_2 * R_L}{R_2 + R_L}}{R_1 + \frac{R_2 * R_L}{R_2 + R_L}}$

Weil die stationäre Kennlinie ermittelt wird, hat C keinen Einfluss

Berechnen sie für $U_1 = 10V$ und $U_2 = 4...7V$ die Kennlinie, wenn $R_2 = 1\ k\Omega$; $R_L = \infty$

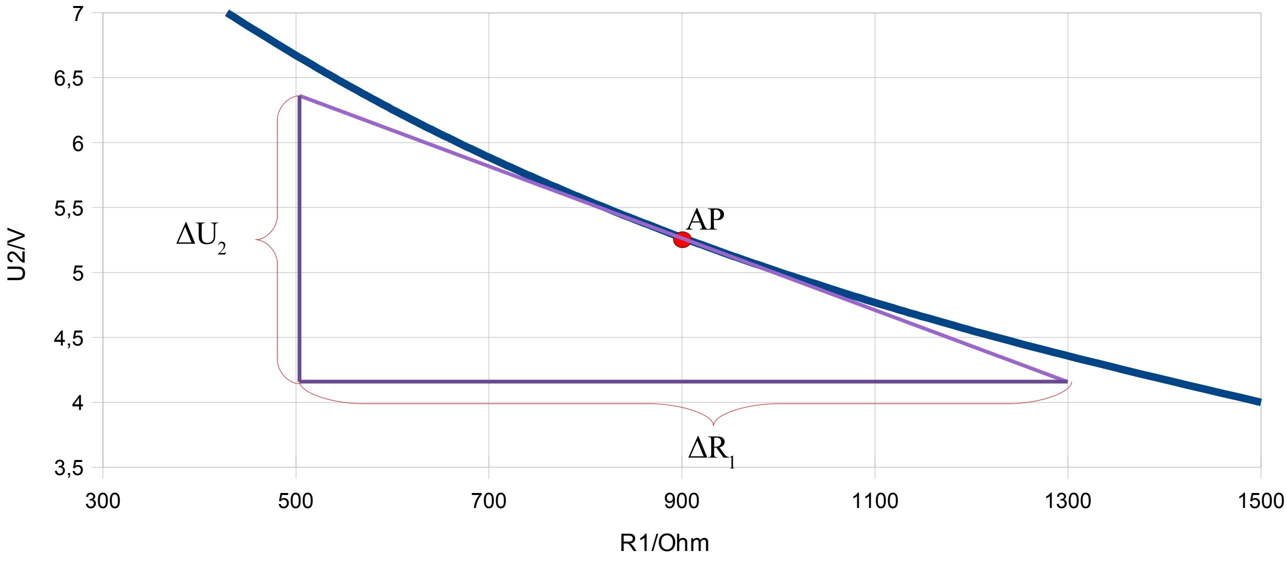
Formel:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$
$$U_2(R_1 + R_2) = U_1 R_2$$
$$R_1 = \frac{U_1 R_2}{U_2} - R_2$$

Wertetabelle:

U_2	R_1
4	1500
4,3	1325,58
4,6	1173,91
4,9	1040,82
5,2	923,08
5,5	818,18
5,8	724,14
6,1	639,34
6,4	562,5
6,7	492,54
7	428,57

Kennlinie der Regelstrecke



Gewählter Arbeitspunkt: 5V

- Im gewählten AP wird die Tangente angelegt
- An die Tangente wird ein Steigungsdreieck gezeichnet
- Die Katheden ΔU_2 und ΔR_1 ablesen

  $\rightarrow \Delta U_2 = 2{,}15V \qquad \Delta R_1 = 800\ \Omega$
- Aus diesen Werten wird die Steigung der Tangente ermittelt.

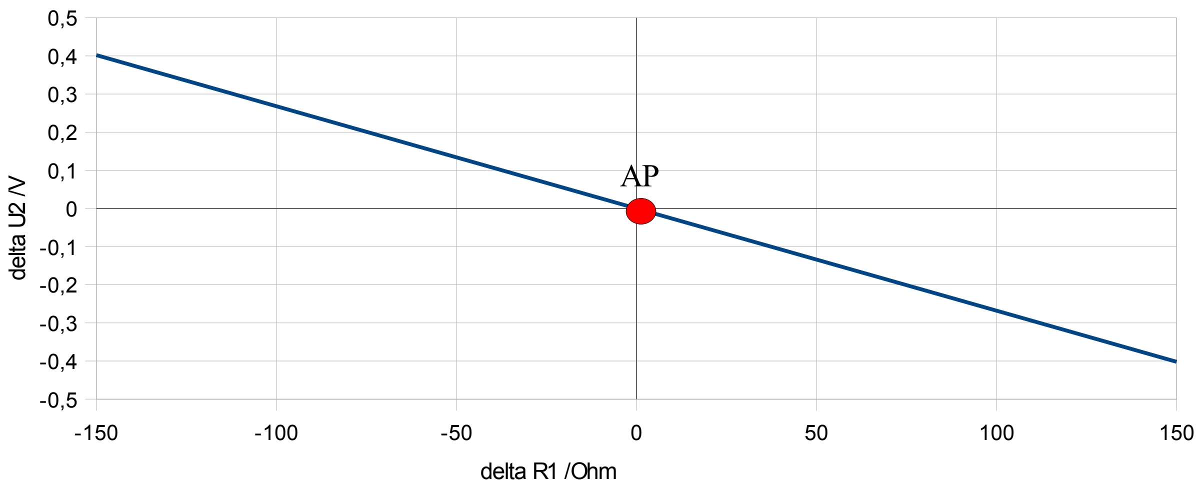
  $K_p = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\Delta U_2}{\Delta R1} = -2{,}68\frac{mV}{\Omega}\ \text{oder} -2{,}68\frac{V}{k\Omega}$ → negativ weil Kennlinie fällt

  p ≙ proportional, d.h. wenn die Kennlinie eine Gerade ist, dann wäre die Tangente identisch mit der Kennlinie

  K_p = Proportionalbeiwert

Bei nichtlinearen Kennlinien wie im Bsp. kann nur im engen Bereich um den AP Proportionalität angenommen werden, d.h. die Abweichung zwischen Tangente und Kennlinie ist vernachlässigbar klein.

→ Es muss immer Linearität vorliegen bzw. eine Beschränkung auf den linearen Bereich.



<u>Bezogene Kennlinie</u>: Alle Werte werden auf den AP bezogen

allg. $$\Delta x = K_p * \Delta y$$

$$\text{im Bsp.}\, \Delta U_2 = -2.6 \frac{V}{k\Omega} * \Delta R_1$$

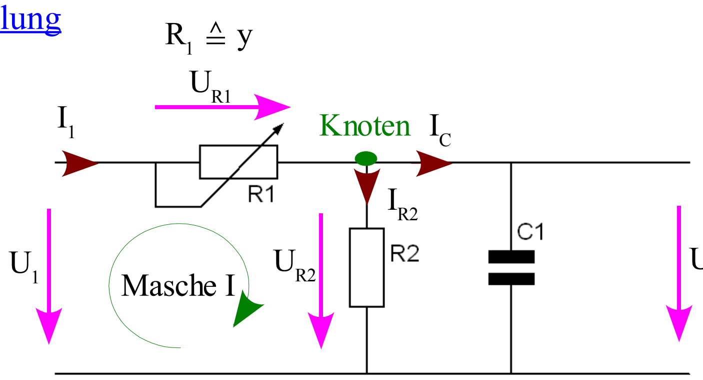
Aus der bezogenen Kennlinie ist kein Rückschluss auf die physikalische Größe möglich.

Das Zeitverhalten von Regelstrecken

- ➔ muss untersucht werden, da die zeitliche Abhängigkeit in der stationären Kennlinie nicht erkennbar ist.
  Im Bsp. die Wirkung von C.
- ➔ untersucht wird x in Abhängigkeit von t nach einer Änderung von y
  - ➔ $x = f_{(t)}\, \text{bei}\, \Delta y$
    $\text{bzw.}\, U_2 = f(t)\, \text{bei}\, \Delta R_1$

  Wird y sprungartig geändert heißt $x_{(t)}$ Sprungantwort.

Rechnerische Ermittlung



Knoten:

$$I_1 = I_C + I_{R2}$$

$$i_1 - i_c - i_{R2} = 0$$

$$i_{R2} = \frac{u_2}{R_2} \; ; \; i_C = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \rightarrow \frac{dQ}{dt}$$

$$i_c = \frac{d(C * u_2)}{dt} = C * \frac{d_{u2}}{dt}$$

$$i_1 = c * \frac{d_{u2}}{dt} + \frac{u_2}{R_2}$$

Masche I:

$$u_{R1} + u_{R2} - u_1 = 0$$

$$u * R_1 + u_2 - u_1 = 0$$

$$\frac{u_2}{R_2} + R_1 c * \frac{d_{u2}}{dt} + u_2 - u_1 = 0$$

$$\left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right) u_2 + R_1 * C \frac{d_{u2}}{dt} * u_1 = 0 \qquad / * \frac{1}{\left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right)} \quad \rightarrow \frac{1}{\left(\frac{R_1 + R_2}{R_2}\right)} \rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$u_2 + \frac{R_1 * C}{1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)} * \frac{du_2}{dt} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} * u_1 = 0$$

$$u_2 + \underbrace{\frac{R_2 * R_1 * C}{R_1 + R_2}}_{\text{Zeitkonsgtante } \tau} * \frac{du_2}{dt} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} * u_1 = 0$$

$$u_2 + \tau \frac{du_2}{dt} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_1 = 0$$

Differentialgleichung nur lösbar durch Probieren!!!
Lösungsansatz:

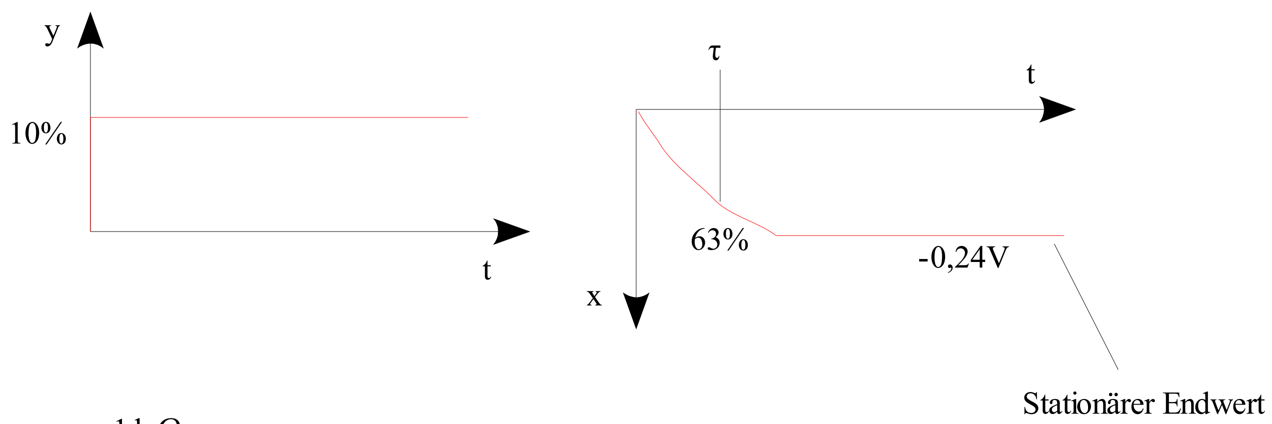
$$u_{2(t)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_1 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\text{mit } \tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} * C$$

In der Regelungstechnik wird T an der Stelle von τ verwendet

$$x_{(t)} + T \frac{d_{x(t)}}{dt} - \frac{R_2}{y + R_2} * Z_1 = 0$$

Graphische Darstellung: Sprung im AP bei $U_2 = 5V$; $U_1 = 10V$; $R_2 = 1\ k\Omega$, $R_L = 100\ \Omega$



$$u_2 = \frac{1\,k\Omega}{1\,k\Omega + 1{,}1\,k\Omega} * 10V = 0{,}24\ V$$

Die Systeme werden nach ihrem Sprungantwortverhalten bezeichnet.

1. Das Tiefpass (TP) Verhalten des gegebenen Beispiels
   ➔ Proportional und eine Zeitkonstante T heißt PT_1 System

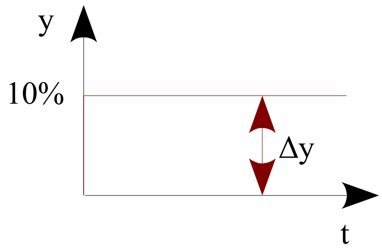
2. Das Hochpassverhalten → Differenzierendes System mit Zeitkonstante T heißt DT_1 System

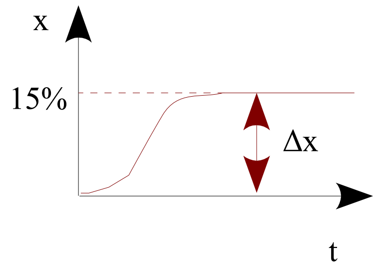
3. Ein System mit TP Verhalten, dessen Eingangsgröße, die Stromstärke I konstant ist,
   ➔ Integrierendes System heißt I System

Welche Eigenschaften besitzt ein:

PT_4 System?	→ Proportionalregler mit vier Zeitgliedern
PID System?	→ Proportionaler integrierender differenzierender Regler
IT_3 System?	→ Integrierender Regler mit drei Zeitgliedern
PT_n System?	→ Proportionalregler mit n Zeitgliedern

Welche Erkenntnisse erhalten Sie aus der Sprungantwort:



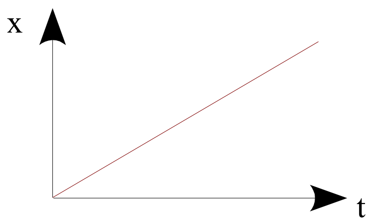


→ P Regler mit mind. zwei Zeitgliedern (PT_2 bzw. Pt_n)

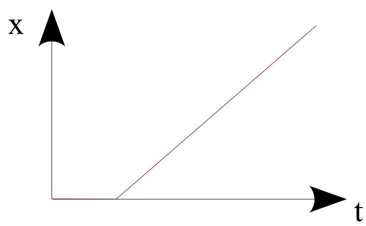
→ $K_p = \frac{\Delta x}{\Delta y} = 1{,}5$

Welche Sprungantwort besitzt ein:

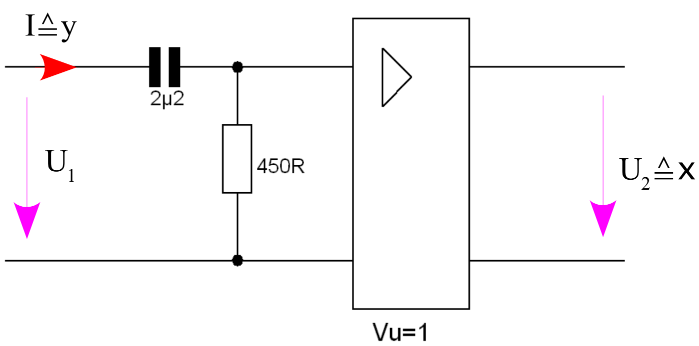
I System?



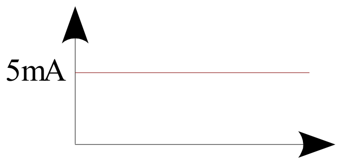
IT_1 System?

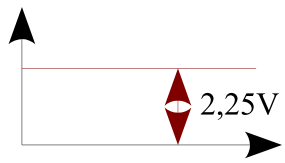


Bestimmen Sie die Sprungantwort für folgendes System:



Sprung im AP von $\Delta y = 5mA$





Wird an diese Schaltung eine sinusförmige Wechselspannung angelegt, fließt ein sinusförmiger Wechselstrom I_1 . (f=konstant)
Bestimmen sie $\underline{U}_2$

<u>Ansatz:</u>

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{Z} = \frac{\underline{U}_1}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{\underline{U}_1}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

Bemerkung:

$$R - j\frac{1}{\omega C} \quad \text{mit } j = \sqrt{-1}$$

$$R - \frac{j*j}{j\omega C}$$

$$R - \frac{-1}{j\omega C}$$

$$\underline{U}_2 = R * \underline{I}_1 * V_U \qquad \text{mit } V_U = 1$$

$$\underline{U}_2 = \frac{R * \underline{U}_1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega C * R * \underline{U}_1}{j\omega C * R + 1}$$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = |\underline{F}_\omega| \qquad \text{(Frequenzgang)}$$

$$|\underline{F}_\omega| = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

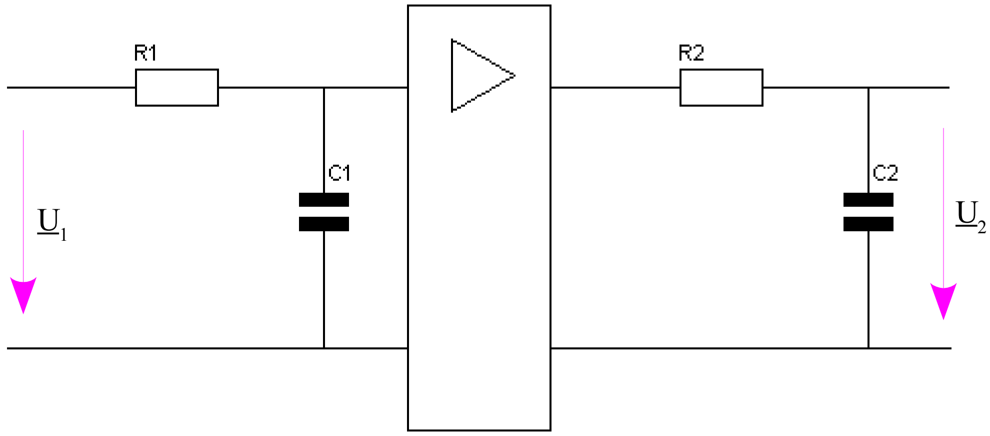
$$|\underline{F}_\omega| = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{j\omega T}{1 + j\omega T}$$

In der Regelungstechnik wird üblicherweise für $J\omega = p$ gesetzt

$$F_{(p)} = \frac{pT}{1 + pT} \quad \Rightarrow \quad DT_1 \text{ System mit } K_D = T$$

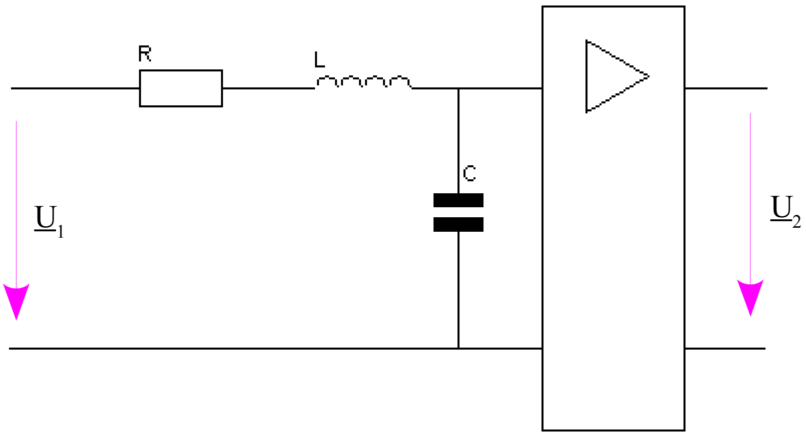
Welcher Unterschied besteht zwischen den beiden Systemen?

(1)



$V_U = 1$

(2)



$V_U = 1$

(1)

$$\underline{U}_{C1} = \underline{u}_1 \frac{X_{C1}}{R_1 + X_{C1}} \quad \text{in} \quad \underline{U}_2 = \underline{u}_{C1} \frac{X_{C2}}{R_2 + X_{C2}}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{u}_1 \frac{1}{j\omega R_2 C_2 + 1} * \frac{1}{j\omega R_1 C_1 + 1}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{u}_1 \frac{1}{1 + j\omega T_1} * \frac{1}{1 + j\omega T_2}$$

$$E_{(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega T_1} * \frac{1}{1 + j\omega T_2}$$

$$\underline{E}_{(p)} = \frac{1}{1 + p T_1} * \frac{1}{1 + p T_2} \longrightarrow PT_2 \text{ System}$$

System ist nicht Schwingungsfähig! (C und C)

(2) $$\underline{F}_{(\omega)}=\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}=\frac{X_C}{Z}$$

$$\underline{F}_{(\omega)}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}+j\omega L}$$

$$\underline{F}_{(\omega)}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{R*j\omega L+1}{j\omega C}+j\omega L}$$

$$\underline{F}_{(\omega)}=\frac{\frac{1}{\cancel{j\omega C}}}{\frac{j\omega C(R+j\omega L)+1}{\cancel{j\omega C}}}$$

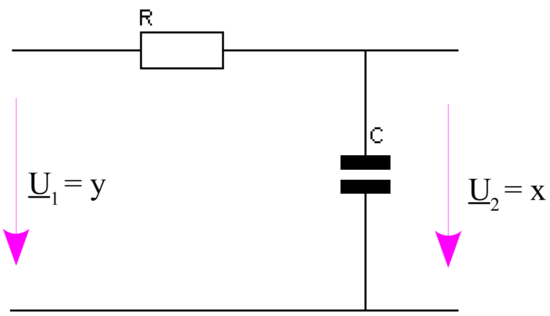
$$\underline{F}_{(\omega)}=\frac{1}{j\omega C(R+j\omega L)+1}$$

$$\underline{F}_{(\omega)}=\frac{1}{\underbrace{j\omega}_{p}\,\underbrace{RC}_{T}+\underbrace{J^2\omega^2}_{p^2}\,\underbrace{CL}_{T^2}+1} \quad \leftarrow \text{Hier } j^2 \text{ nicht nach} -1 \text{ auflösen!}$$

$$p\ T + p^2\ T^2 + 1 \longrightarrow PT_2 \text{ System}$$

System ist Schwingungsfähig! (LC)

Welches System liegt vor?



$$\underline{U}_2=\underline{U}_1\frac{X_{C1}}{R_1+X_{C1}}$$

$$\underline{F}(\omega)=\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}=\frac{1}{\underbrace{j\omega}_{p}\,\underbrace{R_1C_1}_{T}+1}=\frac{1}{pT+1}$$

$$p\ T\ +1 \rightarrow pT1$$

Graphische Darstellung des Frequenzgangs:

- Bodediagramm
- Ortskurve

- ➔ Bodediagramm
  - ➔ Betragsverlauf
  - ➔ Phasenverlauf

z.B. pT_1 System $\underline{F}_{(\omega)} = \frac{kp}{1 + j\omega T_1} \rightarrow \omega_e = \frac{1}{T_1}$

$|\underline{F}_{\omega}|$ in dB $\rightarrow$ $20 * \log|\underline{F}_{\omega}|$

$\underline{F}_{\omega} \rightarrow 0$ ➔ $|\underline{F}_{\omega}| = 20 * \log kp$

$F_{\omega} \rightarrow \infty$ ➔ $|\underline{F}_{\omega}| = 20 * \log \approx 0$ ➔ gegen $-\infty$ mit 20dB/Dekade Gefälle