

# Messfehler

## 1. Absoluter und relativer Messfehler

Beim Messen will man den wahren Wert ( $W$ ,  $X_R$ ) einer Größe ermitteln. I.d.R. wird man den wahren Wert aber nicht messen können. Man hat je nach Messverfahren und Messgerät unterschiedliche Messwerte ( $A$ ,  $x$ ). Der absolute Fehler ( $F$ ) ist die Differenz zwischen Messwert und wahren Wert.

$$F = A - W$$

Da der wahre Wert nicht zuverlässig messbar ist, muss man versuchen durch Präzisionsmessgeräte einen Wert in seiner Nähe festzustellen.

Um die Größe des Fehlers besser einschätzen zu können wird der absolute Fehler auf den wahren Wert bezogen.

→ relative Fehler ( $f$ )

$$f = \frac{F}{W} = \frac{A - W}{W}$$

Bei kleinen Fehlern kann der absolute Fehler auf den gemessenen Wert bezogen werden.

$$f \approx \frac{F}{A}$$

## 2. Fehlerarten

- Systematische Fehler:  
Sie entstehen durch die Unvollkommenheit der Messgeräte und Messverfahren, z.B. Strom/Spgsfehlerschaltung. Unter gleichen Messbedingungen sind sie nach Betrag und Vorzeichen reproduzierbar und damit korrigierbar. Sie machen das Messergebnis „unrichtig“
- Zufällige Fehler:  
Sie entstehen durch zufallsbedingte Einflüsse, z.B. Abnutzung, Temperaturschwankungen. Sie schwanken zufällig nach Betrag und Vorzeichen. Sie sind nicht korrigierbar, sie machen ein Messergebnis „unsicher“

## 3. Fehler von Messgeräten

Beide oben genannten Fehlerarten treten bei Messgeräten auf. Sie sind in der sog. Garantiefehlergrenze ( $G$ ) eines Messgeräts enthalten und diese stellt jeweils die max. Fehlergrenze dar.

$$G = \frac{F}{X} * 100\%$$

Die Bezugsgröße  $X$  kann hierbei der Messbereichsendwert (Analog Messgerät, v.E.) oder der Anzeigewert (Digital Messgerät, v.A.) sein.

Die Garantiefehlergrenzen können zweiseitig (+/-) oder einseitig (+ oder -) sein. Wenn hierzu eine entsprechende Angabe fehlt  $\rightarrow +/-$ . Entsprechen ihrer Garantiefehlergrenzen werden Messgeräte in Genauigkeitsklassen eingeteilt:

$$GK = \pm \frac{F}{X} * 100 \quad \rightarrow F = \pm \frac{GK * X}{100}$$

z.B.  $G = \pm 1,5\% \rightarrow GK = 1,5$

Der relative Fehler eines Messwertes  $f$  ergibt sich zu

$$f \approx \pm \frac{F}{A} * 100\%$$

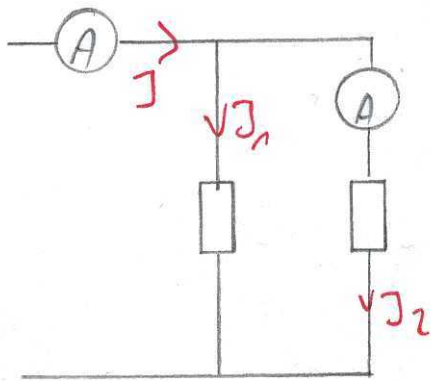
$$f \approx \pm \frac{GK}{10} * 100\%$$

$$f \approx \pm \frac{GK * X}{A} \text{ in } \%$$

Um den relativen Fehler klein halten zu können, sollte im letzten Drittel der Skala gemessen werden.

## 4. Fehlerfortpflanzung bei systematischen Fehlern

### 4.1 Addition von Messwerten



$$I = I_1 + I_2$$

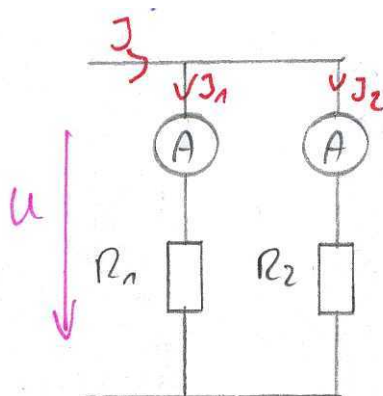
Die Messgeräte erfassen jeweils den Messwert der sich aus dem wahren Wert ( $\rightarrow I_{1W}, I_{2W}$ ) und dem Messfehler ( $\rightarrow +/-I_{1F}, +/-I_{2F}$ ) zusammensetzt

$$I = (I_{1W} \pm I_{1F}) + (I_{2W} \pm I_{2F}) = I_W \pm I_F$$

$$\rightarrow I_F = (\pm I_{1F}) + (\pm I_{2F})$$

$\rightarrow$  Die absoluten Fehler werden addiert!

### 4.2 Subtraktion von Messwerten

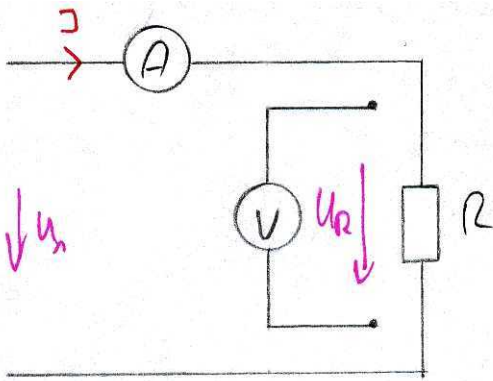


$$I_1 = I - I_2$$

$$I_1 = I_{1W} \pm I_{1F} = (I_W \pm I_F) - (I_{2W} \pm I_{2F})$$

$$I_{1F} = (\pm I_F) - (\pm I_{2F})$$

### 4.3 Multiplikation von Messwerten



$$P = U * I$$

$$U = U_W \pm U_F$$

$$I = I_W \pm I_F$$

$$P = (U_W \pm U_F) * (I_W \pm I_F)$$

$$P = P_W \pm P_F = \underbrace{U_W * I_W}_{P_W} \pm \underbrace{U_W * I_F + U_F * I_W + U_F * I_F}_{P_F}$$

$$f_P = \pm \frac{P_F}{P_W} = \frac{\pm U_W * I_F \pm U_F * I_W \pm U_F * I_F}{U_W * I_W}$$

$$f_P = \pm \frac{\cancel{U_W} * I_F}{\cancel{U_W} * I_W} \pm \frac{U_F * \cancel{I_W}}{\cancel{U_W} * I_W} \pm \frac{U_F * I_F}{U_W * I_W}$$

Bei kleinen Fehlern vernachlässigbar

$$f_P \approx \left( \pm \frac{I_F}{I_W} \right) + \left( \pm \frac{U_F}{U_W} \right) \rightarrow f_P \approx (\pm f_I) + (\pm f_U)$$

### 4.4 Division von Messwerten

$$f \approx (\pm f_1) - (\pm f_2)$$

Bsp.  $R = U : I \rightarrow f_R = (\pm f_U) - (\pm f_I) \rightarrow$  immer worst case betrachten!